Los fundamentos intuicionistas de la *Deutsche mathematik:* Un intuicionismo racista y anacrónico

Pablo García Nicieza
Recibido 19/12/2019

Resumen

El objetivo del siguiente artículo es profundizar en el estudio de un movimiento pseudocientífico que tuvo lugar durante el III Reich en el campo de las matemáticas conocido como la *Deutsche mathematik*, tratando de concretar los factores que condicionaron el surgimiento de esta disciplina y en especial la forma en que concebía los fundamentos de las matemáticas, prestando especial atención a la relación con una de las corrientes de la filosofía de las matemáticas más importantes durante la época, el intuicionismo, y su polémica con el formalismo durante principios del siglo XX.

Palabras clave: Filosofía de las matemáticas, intuicionismo, *Deutsche mathematik*, antisemitismo, matemáticas, filosofía de la ciencia.

Abstract

The intuitionists fundaments of the Deutsche mathematik: a racist and anachronistic intuitionism

The objective of the following article is to deepen into the study of a pseudoscientific movement which took place during the III Reich in the field of mathematics known as the Deutsche mathematik, trying to specify the factors that conditioned the emergence of this discipline and especially the form in which it conceived the foundations of mathematics, paying special attention to it´s relation with one of the most important movements of the philosophy of mathematics during that time, the intuitionism, and the controversy with the formalism during the beggining of the XX century.

Keywords: Philosophy of mathematics, intuitionism, *Deutsche mathematik*, anti-semitism, mathematics, philosophy of science.

Los fundamentos intuicionistas de la *Deutsche mathematik:* Un intuicionismo racista y anacrónico

Pablo García Nicieza

Recibido 19/12/2019

1. *Introducción*

A comienzos del año 1933, tras meses de tensas negociaciones, Adolf Hitler es nombrado canciller de Alemania de la mano de Paul von Hindenburg, presidente de la por aquel entonces agónica república de Weimar. Con esto, el SNDAP o partido nacionalsocialista pasa a ostentar el poder político del país produciéndose así el inicio del tercer Reich.

Los eventos que desencadeno el surgimiento de la Alemania nazi son ampliamente conocidos y han dejado una huella en la historia que nunca se borrará. El racismo y la xenofobia promovidos por este régimen político llegaron a afectar a todos los ámbitos de la sociedad alemana, incluyendo el científico. Más allá de las medidas institucionales llevadas a cabo para impedir el acceso de individuos judíos y de otras etnias al ámbito académico, la propia concepción de la ciencia se vio afectada por estos ideales. A raíz de esto surgieron una serie de disciplinas pseudocientíficas que trataron de supeditar la validez de las teorías científicas a la raza o nacionalidad de sus desarrolladores, siendo las llevadas a cabo por individuos de ascendencia germánica las que verdaderamente captaban la naturaleza de la realidad, mientras que las producidas por judíos no eran más que puras invenciones y fantasía.

En el presente artículo pretendemos estudiar una de estas pseudodisciplinas, aquella que fue llevado a cabo en el campo de las matemáticas, la *Deutsche mathematik,* profundizando en las bases filosóficas de las que se sirvió para fundamentarse. Para ello, realizaremos en primer lugar una contextualización histórica, donde daremos cuenta de ciertos aspectos del panorama político y científico de la época que consideramos decisivos en la génesis de este movimiento y a continuación pasaremos a realizar un análisis en profundidad de susodicha pseudociencia, sus principales doctrinas y su estrecha relación con el intuicionismo matemático, del cual se sirvió para tratar de legitimarse como un verdadero movimiento científico.

2. Contextualización histórica

Como hemos indicado, esta disciplina adquiere su máximo desarrollo en un periodo histórico muy delimitado, que es el que abarca la existencia del imperio nazi; podemos y de hecho señalaremos sus precedentes a la instauración de dicho régimen político, pero no es hasta la llegada al poder del partido nacionalsocialista que estas ideas se sistematizan y empiezan a promoverse ampliamente en el ámbito académico alemán. El impulso recibido por parte de dicho régimen político fue decisivo en la difusión y aceptación de estas tesis y fue gracias al amparo institucional recibido que influyo de forma profunda en los miembros de la comunidad académica, especialmente en el alumnado, durante el tiempo que se mantuvo el régimen nacionalsocialista.

Podemos apreciar esto en los boicots realizados durante noviembre de 1933, cuando apenas se había cumplido un año de la llegada al poder del partido nacionalsocialista, a una serie de conferencias que Edmund Landau, matemático judío, pretendía impartir en la universidad de Gotinga (Siegmund-Schultze, 2009, p.72-73) o (Seagal, 2003, p.442-451 y 454-455). Estos boicots fueron organizados por parte de un grupo de estudiantes liderados por Oswald Teichmuller, joven y brillante matemático, así como seguidor acérrimo del partido nazi, que moriría apenas una década más tarde participando en la defensa de toma de Berlín por parte del ejército soviético. Teichmuller estaba convencido de que las diferencias étnicas que supuestamente presentaban las razas semíticas y germánicas volvían imposible todo tipo de relación pedagógica entre miembros de las mismas, pues la forma en que las matemáticas eran concebidas, así como la forma en que se impartían, estaban completamente supeditadas a la raza o nacionalidad del individuo, de manera que, como él mismo expresa en una correspondencia que mantuvo con Landau:

> La posibilidad de que transmitas a tus oyentes las bases, la esencia de las matemáticas, sin la coloración de tu carácter nacional, es tan pequeña como cierto es que un esqueleto sin carne no corre, sino que se cae en pedazos. (Citado por Siegmund-Schultze, 2009, p.73)

Estas protestas estudiantiles con el objetivo de realizar una limpieza étnica en las instituciones universitarias se habrían venido practicando incluso años antes de la llegada al poder de los nazis (Artzy, 1994, p.2), lo cual indica que la difusión de esta clase de ideas en el ámbito científico y universitario alemán habría empezado antes incluso de que tuviesen el impulso institucional proporcionado por el partido nacionalsocialista.

Pese a que existieron excepciones, por lo general el cuerpo de profesores se mostró abiertamente a favor de semejantes acciones, considerándolas un ejemplo de como los jóvenes estudiantes se estaban revelando ante una manera anti-alemana de entender las matemáticas, reivindicando así su naturaleza genuina: “Esto debería servir de ejemplo de que representantes de razas completamente distintas no pueden relacionarse como maestros y alumnos" (Bieberbach, 1934, p. 236).

Así mismo, en 1936 se crea una revista homónima al movimiento de la mano de Theodor Vahlen y Ludwig Bieberbach, principal ideólogo del movimiento y de quien hablaremos en profundidad más adelante. Esta revista sería declarada posteriormente el organismo oficial de la DSt, *Deutsche Studentenschaft* o la union de estudiantes alemanes, organización encargada de gestionar los comites estudiantiles y los departamentos de las facultades universitarias, de manera que se instaba a todo miembro de la comunidad de matematicos a que se suscribiera y participase activamente en susodicha revista (Kubach. 1936). Esta, pese a que admitía todo tipo de articulos relacionados con la investigación en el campo de las matematicas, estaba enfocada en promover una concepción germanica de estas, lo que equivalia a promover las autenticas matematicas, que se habian ido degradando progresivamente con la introducción de formas semiticas de llevarlas a cabo (Muñoz, 2012, p.77-81). Más adelante en el articulo aclararemos a que se referían con esto de una concepcion germanica y judia de las matematicas.

a) Antecendetes de antisemitismo en las matematicas y la filosofía

El hecho de que protestas estudiantiles en contra de profesores de ascendencia judía se llevasen realizando desde antes de la implantación del régimen nazi resulta de interés, pues indica el grado de difusión que esta clase de ideas tenían antes del amparo político que supuso la llegada al poder de los nazis; "la cuestión judía" había manchado el campo de las matemáticas alemán desde hacía años.

Dentro de los precedentes de este tipo de actitudes en la comunidad matemática ha sido muy discutido el papel jugado por el matemático Felix Klein. Su figura fue exaltada por los representantes de la *Deutsche mathematik,* siendo considerado por Bieberbach como un claro representante del estilo germánico de hacer matemáticas. En una conferencia realizada en 1893 Klein realizó las siguientes declaraciones:

> Debemos admitir que el grado de exactitud de la intuición espacial difiere en las diferentes razas. Pareciera como si una ingenua intuición espacial fuese un atributo presente en las razas nórdicas, mientras que el sentido crítico, puramente lógico, está más desarrollado en las razas latinas o hebreas (Klein, 1894, p.46)

Estas palabras serían explotadas posteriormente para hacer pasar a Klein como uno de los primeros matemáticos en promover la idea de la existencia de diferentes configuraciones mentales determinadas por las razas y por tanto de diferentes formas de realizar matemáticas en función de la etnia de sus practicantes.[1]

---

[1] Como hemos dicho, el papel jugado por Klein en la proliferación del antisemitismo en la comunidad matemática es bastante discutido, ya que incluso durante los primeros años del nazismo llego a

Esto no se reducía solo al campo de las matemáticas, ni tampoco a Alemania; el antisemitismo y la xenofobia llevaban mucho tiempo instalado en el pensamiento filosófico europeo. No podemos obviar el hecho de que durante el periodo histórico donde tiene lugar el fenómeno que estudiamos la idea de que existían diferencias cognitivas y perceptivas en función de la raza o la nacionalidad de los individuos era ampliamente aceptada por gran parte de la población, incluyendo a los intelectuales. El denominado racismo científico afirmaba, recurriendo a una serie de pseudodisciplinas como la frenología o la craneometría, que las diferencias físicas apreciables en las diferentes etnias humanas, fundamentalmente las diferencias en la capacidad craneal y volumen encefálico, implicaban diferencias en las capacidades cognitivas y perceptivas de dichos grupos humanos. A estas conclusiones llego Samuel George Morton, antropólogo físico de la primera mitad del siglo XIX que se pasó la mayor parte de su vida midiendo y comparando cráneos de diferentes grupos humanos para llegar a estas conclusiones, que posteriormente serian desarrolladas en mayor profundidad por autores como Georges Vacher Lapouge, quien a partir de estos criterios craneométricos estableció una clasificación de las diferentes razas o tipologías presentes en la especie humana. Lapouge será de importancia no solo por su conocido influjo sobre las doctrinas nazis, sino también por su idea de establecer tipologías humanas, que será el mismo camino que seguirán los miembros de la *Deutsche mathematik*, buscando diferentes formas de estilos matemáticos determinados por la raza y nacionalidad de sus practicantes.

Semejantes ideas gozaban de gran aceptación durante la época; eran las tesis científicas del momento y por ello gran parte de los filósofos o pensadores en general las admitía como validas y articulaban su pensamiento inspirándose en estas. Así por ejemplo el filósofo francés Pierre Duhem aseguraba que:

> El espíritu alemán es básicamente geométrico. El germano carece del espíritu de finura, el espíritu geométrico da forma a una construcción que ha sido construida previamente por el espíritu inventivo francés, que si poseería el espíritu de finura. (Duhem, 1915)

Ambas declaraciones, realizadas por un matemático y un filósofo respectivamente, resultan de interés no solo porque ilustran como importantes representantes de la elite intelectual, tanto científica como filosófica de aquel entonces creían en la idea de que la raza y la nacionalidad afectaban sustancialmente a la forma en que los individuos piensan y perciben, sino porque

discutirse si realmente era de ascendencia Aria. Parece que, a grandes rasgos, muchas de sus declaraciones fueron instrumentalizadas y sacadas de contexto por Bierbebach y el resto de representantes de la *Deutsche mathematik*. Para un estudio más profundo sobre el tema se recomienda consultar Rowe D.E (1986) *"Jewish Mathematics" at Gottingen in the Era of Felix Klein*. History of science society, Vol.77 No.3 p.422-499.

ponen de manifiesto otro prejuicio muy común entre los filósofos y pensadores de la época y que la *Deutsche mathematik* tomaría como uno de sus principios básicos: la facilidad de las razas germánicas para la intuición espacial. Esto, unido al hecho de que Kant había fundamentado la verdad de los juicios matemáticas en las formas a priori de la sensibilidad, significaba que toda corriente de pensamiento influida por el kantismo podría asociar una mayor facilidad para la intuición espacial con una afinidad por el pensamiento geométrico, tal como Duhem atribuye a los germanos. Esto, como destacaremos más adelante, entra en conflicto con la concepción brouweriana del intuicionismo, quien solo tomaba de Kant la idea de la intuición temporal como fundamento de la aritmética y las matemáticas en general, pese a que será una de las bases sobre las que se desarrollará la *Deutsche mathematik*.

b) La crisis de fundamentos y la solución intuicionista

El otro factor de relevancia, más allá de los ideales racistas y xenófobos predominantes durante la época y que sirvió además como condición de posibilidad de esta clase de desarrollos pseudocientíficos, fue el particular estado en que se encontraban por aquel entonces las matemáticas.

Como es bien sabido, es habitual referirse al periodo que va desde finales del siglo XIX hasta aproximadamente mediados del XX como un periodo de crisis de fundamentos en la historia de las matemáticas. A raíz de una serie de desarrollos producidos durante el siglo XIX, muy ligados al surgimiento de la teoría de conjunto por parte de Cantor y a las múltiples paradojas que trajo consigo, como las célebres paradojas de Russell o de Burlai-Forti, llegó un momento en que se puso en duda, no solo la naturaleza misma de las matemáticas sino también la validez de su carácter deductivo (Kline, 1972, p.1562). No profundizaremos en los aspectos concretos que produjeron semejante situación; para más información se recomienda consultar (Kline, 1972, p.1562-1600) o (Dou, 1970, p.59-137), pero nos interesa destacar como este periodo de inestabilidad y dudas acerca de la naturaleza de las matemáticas pudo haber facilitado el surgimiento de esta clase de teorías, que unían las tesis intuicionistas sobre los fundamentos de las matemáticas a las tesis procesadas por el denominado racismo científico, tan aceptado en la época. Como es sabido, esta crisis tuvo como consecuencia el desarrollo de tres programas de investigación que pretendían resolver el problema enfocando la cuestión cada uno desde una perspectiva diferente. A continuación haremos una breve presentación de estas tres corrientes y sus tesis principales, profundizando especialmente en el intuicionismo, que es la más importante para el presente trabajo.

a) Logicismo: Esta corriente, cuyos representantes principales habrían sido autores como Bertrand Russell, Frege o Peano, entendía que las operaciones y propiedades matemáticas son un sucedáneo de la lógica, de manera que aquella puede reducirse completamente a esta. Como ejemplo del trabajo de la empresa logicista tenemos el *Principia matemática* de Russell y

Whitehead, donde se trata de deducir todas las proposiciones de la aritmética a partir de una serie de principios lógicos básicos, como el de identidad, no contradicción o tercio excluso.

b) Formalismo: Su representante principal fue el matemático alemán David Hilbert, uno de los matemáticos más influyentes del siglo XX. Los formalistas entienden que las matemáticas se reducen a una mera combinación formal de signos mediante unas reglas de combinación determinadas, signos "vacíos" cuyo contenido semántico sería indiferente. Estos axiomas o proposiciones elementales serian autónomos, propios de las matemáticas y no podrían deducirse de principios lógicos como pretenden los logicistas; los axiomas de la matemática serían independientes de los de la lógica, aunque esto no significa que no exista una estrecha relación entre ambas disciplinas, pues los procesos de inferencia de teoremas siguen las normas de la lógica simbólica pero los axiomas sobre los que operan no se fundamentan en ningún principio puramente lógico. El objetivo del formalismo fue producir un sistema axiomático del que pudiese inferirse todas las proposiciones de las matemáticas, siendo este sistema coherente (no podían deducirse contradicciones) y completo (todas las proposiciones posibles deben de ser deducibles de los axiomas).

> En geometría basta el principio de linealidad de la ecuación del plano y el de la transformación ortogonal de las coordenadas para permitirnos obtener, haciendo uso exclusivo de recursos analíticos, la totalidad de la disciplina que conocemos como geometría euclidiana del espacio. (Hilbert, 1993, p.24)

Este número reducido de proposiciones elementales debería permitir construir todo un sistema científico; en palabras de Hilbert:

> Si observamos de cerca una teoría determinada, reconoceremos en ella un reducido número de proposiciones distinguidas que sirven de fundamento para la construcción del entramado de conceptos que hemos mencionado. A partir de estas proposiciones y con base en principios lógicos, podemos obtener en su totalidad el edificio conceptual que subyace a la disciplina en cuestión. (Hilbert, 1993, p.24)

c) Intuicionismo: Esta corriente de pensamiento, comenzada por el matemático holandés Luwig Bouwer, defiende que las matemáticas deben de fundamentarse sobre una intuición pura del matemático y solo son admisibles aquellos objetos matemáticos cuya demostración sea construible. Con esto, Brouwer continúa la empresa iniciada hacía más de un siglo por Kant, donde se pretendía fundamentar la verdad de las matemáticas en las formas a priori de la sensibilidad, de la intuición sensible:

> La matemática es posible como conocimiento sintético a priori porque no se refiere a otra cosa que al puro objeto de los sentidos; en el fondo de toda intuición empírica existe una intuición pura [de tiempo y espacio] a priori, que no es otra cosa que la forma pura de la sensibilidad, la cual precede a la aparición real de los objetos y la hace posible. (Kant, 1959, p.82-83)

Como es bien sabido, Kant fundamenta la verdad de las proposiciones matemáticas en la constitución del sujeto cognoscente individual, en las formas de sensibilidad (tiempo y espacio) que se encontrarían a priori, previas a toda experiencia empírica, en la mente del sujeto. Estos conceptos tendrían un carácter transcendental, siendo la condición de posibilidad subjetiva de toda intuición empírica. Es por este carácter apriorístico y subjetivo de las formas de intuición que la matemática es posible como conocimiento con proposiciones de valor apodíctico, ya que esta trataría del estudio de tales formas puras de intuición. "El tiempo y el espacio son, pues, dos fuentes de conocimiento de las cuáles se pueden extraer *a priori* diversos conocimientos sintéticos; como lo muestra de modo particularmente brillante la matemática " (Kant, 7, B56).

El intuicionismo pasara años inadvertido, sin apenas partidarios, aunque siempre se suelen citar a una serie de matemáticos que habrían manejado ideas afines sobre los fundamentos de las matemáticas pero que no pueden clasificarse estrictamente como intuicionistas: Poincaré, con sus duras críticas al logicismo y a la reducción de las matemáticas a la lógica, destacando el carácter inductivo que tienen las primeras frente a la segunda, que procede deductivamente (Dou, 1970, p.114). Señaló además como el método axiomático es siempre posterior y que las matemáticas siguen más bien un método genético; esto es, frente a las proposiciones elementales que el formalismo ponía como base de las matemáticas, Poincaré señalo como la axiomatización siempre es lo último que ocurre en una rama determinada de esta disciplina, siendo la intuición anterior a la estructura y los teoremas anteriores a los axiomas. La inducción matemática procedería de esta intuición primordial que no se reduce a ninguna clase de axioma debido a su carácter inmediato (Klein, 1973 p.1585). Esta misma línea siguió Borel, para quien el conjunto de los números naturales no podía tener una fundamentación axiomática, sino intuitiva y Hadamard y Lebesgue polemizaron sobre la existencia de las entidades naturales y las definiciones ofrecidas por los formalistas (Klein, 1973 p.1585). Pese a que se podrían citar unos cuantos autores que podrían categorizarse como preintuicionistas, carecían de un verdadero sistema de pensamiento, de una filosofía de las matemáticas rigurosa y sistemática y se caracterizaban principalmente por sus criticas dispersas y esporádicas a las tesis formalistas y logicistas. Sera Luitzen Brouwer el encargado de desarrollar esta corriente en profundidad, dando a su pensamiento un carácter sistemático y riguroso.

Brouwer comienza a desarrollar su sistema filosófico con la publicación en 1907 de su tesis doctoral *Sobre los fundamentos de las matemáticas* y lo continuará a base de una serie de artículos y conferencias realizadas de ahí en adelante. Aceptará la tesis kantiana de que las matemáticas se fundamentan en una forma de intuición fundamental del sujeto que se encuentra a priori en este, previa a toda experiencia, pero rechazará las ideas de Kant acerca de la intuición espacial, entendiendo que solo la intuición temporal resulta fundamental en las matemáticas. "La matemática surge cuando la cuestión de la paridad, que resulta del paso del tiempo, se abstrae de todas las apariciones concretas" (Citado por Klein, 1973 p.1585). Pese a todo, la idea de que los numero naturales derivan de la intuición temporal no es original, pues previamente había sido defendida por otros pensadores, como Hamilton en su *Algebra as a sciencie of time* o el propio Immanuel Kant.

En un inicio, Kant había supeditado a la intuición temporal el valor de verdad de todo juicio aritmético. "La aritmética misma hace efectivo su concepto de numero por la adición sucesiva de la unidad en el tiempo" (Kant, 1959, p.81) y también "El tiempo en el cual ponemos esas representaciones- tiempo que, a su vez, precede a la conciencia de las mismas en la experiencia y el cual sirve de base en cuanto condición formal de nuestro modo de ponerlas en la mente- contiene ya las relaciones de sucesión, de simultaneidad y de aquello que es simultaneo con la sucesión" (Kant, 8, B67). Luego Kant deriva del tiempo, como intuición pura existente a priori en el sujeto previa a toda experiencia empírica, la noción de simultaneidad y sucesión, así como el fundamento del valor de verdad de los juicios aritméticos. Esta misma idea es tomada al pie de la letra por Brouwer, para quien la serie de números naturales deriva de nuestra intuición temporal, que sería la condición de posibilidad de las nociones de sucesión o continuidad, de la que nace toda serie numérica, siendo la primordial la de los números naturales. "La intuición básica de las matemáticas (y de toda actividad intelectual) sería el sustrato, privado de toda cualidad, de cualquier percepción de cambio, una unidad de continuidad y discontinuidad" (Brouwer, 1975 p.17). Pero mientras los anteriores pensadores seguían confiriendo a su vez gran importancia a la intuición espacial como fundamento de la geometría, usando la intuición temporal solo en la rama del algebra y la aritmética, el rasgo que diferenciará a Brouwer de sus predecesores será que este reducirá el fundamento de todas las ramas de las matemáticas a la intuición primordial del tiempo, renegando de la necesidad de la intuición espacial y del carácter geométrico de la misma. Brouwer es muy explícito en este rasgo diferenciador.

Aunque la posición del intuicionismo parecía débil después de este periodo (siglo XIX) de desarrollo matemático, se ha recuperado abandonando el aprismo kantiano del espacio, pero adhiriéndose más resueltamente al apriorismo del tiempo. Este neointuicionismo considera el desmembrarse de los momentos vitales en partes cualitativamente distintas -que solamente pueden ser reunidas si han sido previamente separadas por el tiempo- como el hecho primigenio del entendimiento humano; y considera el despojar este desmembramiento de todo contenido emocional, en orden a intuir la simple unidad de dos, como hecho primigenio del pensar científico (Brouwer, 1975 p.127)

Este rechazo a las formas a priori de la intuición espacial como fundamento de los juicios geométricos resulta de importancia, pues será un rasgo distintivo del intuicionismo brouweriano en contraposición a concepciones intuicionistas de las matemáticas previas a este autor y a su vez, a la concepción de las matemáticas profesada por la *Deutsche mathematik*.

Pese a este cambio sustancial realizado por Brouwer, sigue supeditando el fundamento de las matemáticas a una intuición que se da en la mente del sujeto: "el principio de construcción, o de constructibilidad, que es el principio básico del intuicionismo matemático afirma que la matemática es el estudio de un cierto tipo -matemático- de construcciones mentales" (Dou, 1970, p.114). La idea de construcción mental resulta de por si problemática y más aún cuando se supedita a la intuición, ya que como bien dice Dou "está en un plano prematemático o mejor, de la filosofía de las matemáticas" (1970, p.115). Por ello la necesidad de aclarar la naturaleza de tal intuición y a que estaría supeditada. Kant había derivado de ella los conceptos de tiempo y espacio y Brouwer se centrará en la intuición de cambio y continuidad, pero quedo abierto la cuestión de que determinaba tales formas de intuición.

Debemos enfatizar en este giro copernicano realizado por Kant, pues es lo que, en nuestra opinión, facilitó la introducción de ideales racistas dentro de la filosofía de las matemáticas y de la ciencia en general, permitiendo de esta manera el desarrollo de movimientos pseudocietificos como el que tratamos en el presente artículo.

A la hora de solventar el problema de como los juicios de las matemáticas podían ser sintéticos y a priori, teniendo a su vez un valor apodíctico y universal, Kant realiza una inversión de perspectiva, poniendo el núcleo de la validez de tales proposiciones, no en el objeto dado a la experiencia, sino en el sujeto que la recibe.

> Solamente de un modo es posible que mi intuición preceda a la realidad del objeto y se efectúe como conocimiento *a priori,* a saber: *si no contiene otra cosa que la forma de la sensibilidad que precede en mi sujeto a toda impresión real por medio de la cual soy afectado por el objeto.* (Kant, 1959, p.80. El subrayado ha sido puesto por mi)

Brouwer continua esta empresa y también fundamenta las matemáticas sobre las formas de intuición de los sujetos individuales, solo que él reducirá estas intuiciones primordiales a únicamente la intuición temporal. Esto trae consigo una serie de preguntas acerca de la naturaleza de tales formas de intuición subjetivas que determinan la validez de los juicios de una ciencia concreta, en este caso las matemáticas, ya que si "es solamente por medio de la forma de la intuición sensible como podemos contemplar cosas *a priori,* por lo cual, pues, también reconocemos sólo los objetos tal como a nosotros (a nuestros sentidos) pueden aparecer" (Kant, 1959, p.80), queda por concretar la naturaleza de esas formas de intuición que determinan el modo en que los objetos nos son dados en la experiencia ¿Son acaso estructuras innatas e invariables o acaso pueden sufrir alteraciones? Y de ser así ¿Bajo qué condiciones serían modificables tales formas de intuición? Estas cuestiones rebasan el ámbito de las matemáticas e incluso de la filosofía de las matemáticas y están supeditadas a teorías antropológicas, psicológicas o sociológicas, que estudian al sujeto humano y su naturaleza, de manera que se abren múltiples vías de investigación, y la confluencia de una concepción innatista y fisiológica de la intuición matemática con los prejuicios antisemitas y xenófobos fundamentados en el racismo científico ofrecen la base epistémica para formular unas ideas como las de la *Deutsche mathematik*. Siendo los elementos que se encuentran a priori en los sujetos y que configuran la forma en que las intuiciones les son dadas los fundamentos de esta ciencia, admitir que existen diferencias en las capacidades cognitivas y perceptivas en los diferentes grupos étnicos puede llevar a su vez aceptar que deben existir diferentes modulaciones de las ciencias en función de los rasgos característicos de cada grupo, pues cada uno poseería una forma de intuición espacial y temporal propia, en función de su raza. El intuicionismo que adopta bases innatistas y supedita esos constituyentes subjetivos de las matemáticas a estructuras fisiológicas predeterminadas por factores como la raza, ve como un paso coherente el admitir la existencia de diferentes modulaciones de las ciencias y de diferentes formas de enfocarlas según la constitución mental del individuo; una filosofía de las matemáticas que entienda estas como una construcción de la mente humana más que como un juego de lenguajes simbólicos, como las corrientes formalistas o logicistas, que entienden que esta disciplina depende de un conjunto de axiomas o proposiciones elementales que son independientes del sujeto que las enuncie, abre la posibilidad, en una época donde se cree con bastante convicción en que las diferentes razas exhiben diferentes capacidades mentales, de establecer coherente y racionalmente teorías racistas y xenófobas sobre dichas disciplinas.

3. La Deutsche mathematik

Una vez aclaradas las cuestiones preliminares que nos permiten volver inteligible el surgimiento de semejante movimiento pseudocientifico, toca entrar en materia y ver cuales fueron las ideas defendidas por esta concepción tan ideológicamente sesgada de las matemáticas. Dicho movimiento fue desarrollado principalmente por un matemático sobre el cual centraremos nuestro estudio, Ludwig Bieberbach.

a) Un cambio radical

Ludwig Bieberbach (1886-1982) fue un reconocido matemático alemán durante la primera mitad del siglo XX. Entre sus principales contribuciones a este campo están el haber ofrecido la resolución de uno de los 23 problemas propuestos por Hilbert en su célebre conferencia de 1900 o sus trabajos sobre funciones holomorfas. Estudió en la universidad de Gotinga teniendo como profesores, entre otros, a una serie de eminentes matemáticos que influirían profundamente en él, como Klein, Paul Koebe o Ernst Zermelo, quien sería su director de tesis al doctorarse en 1910. En esta tesis Bierbebach anunciaría haber resuelto el problema 18 de Hilbert e iría publicando su solución en dos partes entre los años de 1910 y 1912. Esto hizo que desde muy temprana edad despertase el interés y la admiración de la comunidad matemática y de grandes matemáticos como Frobenius (Muñoz, 2012, p.75).

A lo largo de su vida, Bieberbach experimentó una evolución en su línea de pensamiento, tanto político como matemático, que determinaría la posterior constitución de la *Deutsche* *mathematik.* Como hemos indicado, destacó desde su juventud en las matemáticas y desde un inicio estuvo interesado en la cuestión de sus fundamentos. En un inicio se mostró más partidario de la escuela formalista, como puede apreciarse en una conferencia que llevó a cabo en la universidad de Basel en 1912 titulada *Überdie grundlagen der moderne mathematik* (Sobre los fundamentos de las matemáticas modernas). Pese a que señala alguno de los problemas que podría presentar esta empresa y alaba abiertamente a Brouwer, afirmará que todos los elementos matemáticos deben ser "Todos objetos del pensamiento para los que los axiomas del análisis deben aplicarse sin contradicción" y termina su charla concluyendo que "La verdad de las matemáticas reside solamente en su corrección y consistencia lógica" (Segal, 2003, p.347-348), declaraciones que le sitúan en una posición más cercana a una suerte de axiomatismo que al intuicionismo. En el año 1917, tras la muerte de Frobenius, pasará a ocupar su puesto de "*ordinarius"* en la universidad de Berlín (Muñoz, 2012, p.75). Además de esto, parece ser que durante sus primeros años adopto una orientación política más cercana al liberalismo; como dice Seagal: "antes había tenido la reputación de un académico que era relativamente afín a una política liberal y durante y tras la guerra mundial fue miembro de la facultad considerada más políticamente liberal y con mayor número de judíos facultados" (2003, p.334).

Semejante actitud cambia en la época de 1926, donde ya se puede apreciar una clara afiliación a la corriente intuicionista a la par que una gran hostilidad hacia el formalismo, todo esto unido a un exaltado carácter nacionalista. Los motivos de este cambio resultan inciertos y debatidos, pero ya en 1926 se observa un cambio radical de postura, así como una mayor toma en consideración de la cuestión nacional, cuando realiza una ponencia titulada *Sobre el ideal científico de los matemáticos*. En esta conferencia Bierbebach ofrece una dura crítica al formalismo hilbertiano, el cual entendía como un periodo de transición entre la concepción de las matemáticas realizada por Klein y el intuicionismo brouweriano "El formalismo aparece como una etapa de transición entre el ingenuo intuicionismo romántico de Klein y el moderno intuicionismo de Brouwer y Weyl" (Seagal 2003, p. 345). Ya en este periodo acentúa la importancia del aspecto intuitivo de las matemáticas, de su relación con la aprensión directa de la realidad que se puede apreciar en las definiciones y explicaciones de Klein "inmediatamente visibles con un significado concreto y servible" en contraposición a la excesiva abstracción de los métodos formalistas "alejados de toda realidad concreta" y por ello, condenando a muerte a toda la matemática aplicada (Segal, 2003 p.346-347).

Suele mencionarse la polémica en torno al congreso internacional de matemáticas de 1928 en Bolognia como un factor que pudo haber incidido decisivamente en el viraje teórico de Bieberbach, tanto político como matemático. Los matemáticos alemanes habían tenido prohibida la asistencia a este congreso desde finales de la I guerra mundial y por primera vez desde entonces se les concedió la posibilidad de asistencia. Esto generó reacciones encontradas dentro de la comunidad de matemáticos alemanes: por un lado, estaban aquellos con una visión internacionalista de la disciplina, que pensaban que se debía acudir a dicho congreso; por otro lado, algunos miembros de susodicha comunidad albergaban cierto resentimiento por el trato discriminatorio que habían sufrido los alemanes desde la gran guerra y veían esta invitación como un insulto al orgullo nacional, de manera que optaban por realizar un boicot a dicho congreso negándose a participar en él. Entre los representantes de este último grupo se encontraba Brouwer, que siempre había procesado, no solo un sentimiento nacional bastante elevado, sino también cierta xenofobia, especialmente ante los franceses. Como explica Karl Menger, asistente durante esos años de Brouwer "El odio de Brower esos años se centraba en los franceses y estos juicios, que me irritaban profundamente, también afectaban a su juicio matemático" (1978, p.242-243). Ya anteriormente Brower había demostrado actitudes francófobas semejantes cuando en un debate realizado en 1925 con motivo de la conmemoración de los 100 años de la revista *Mathematische annalen* se había discutido acerca de permitir la participación de matemáticos franceses en dicho ejemplar y él se mostró explícitamente en contra (Segal, 2003, p.353). Bieberbach, que también formaba parte de la comunidad matemática y por tanto estaba inmerso en estos debates mostro actitudes afines a las de Brouwer.

La polémica en torno a la participación en el congreso de Bolonia si que parece haber sido, en nuestra opinión, un factor de relevancia en la consolidación de la concepción racista y xenófoba de las matemáticas de Bierbebach y por tanto en la creación de la *Deutsche mathematik*, pues a raíz de esta él y Hilbert mantuvieron una acalorada correspondencia, que fue difundida por las instituciones académicas y que acabó enfrentándolos, ya no solo en términos matemáticos, sino también políticos. (Segal, 2003, p.350-351)[2]. Semejante discusión puede darnos pistas acerca de los motivos personales que llevaron a Bierbebach a enemistarse completamente contra el formalismo que en su juventud parecía haberle resultado bastante afín.

Con la llegada al poder de los nazis los ideales de Bieberbach, tanto matemáticos como políticos, se radicalizan completamente y es cuando empieza a desarrollar intensivamente las tesis que darían paso a la *Deutsche mathematik.*

b) Tipología y estilos matemáticos

Una vez hemos visto la evolución que Bierbebach experimentó durante las primeras dos décadas del siglo XX en su concepción de las matemáticas, podemos atender a como estas cristalizan, confluyendo entré si para dar paso a la *Deutsche mathematik.*

[2] A raíz de esta polémica, Hilbert, quien finalmente acabaría participando en el congreso de Bologna, había planeado realizar una conferencia titulada *Las matemáticas no entienden de razas*, que finalmente no realizaría pero de la que nos han quedado algunos borradores. Para más información consultar Siegmund-Schultze. 2016. *Mathematics Knows NoRaces": A Political Speech that David Hilbert Planned for the ICM in Bologna in 1928* The mathematical intelligencer. Vol.38, issue 1 p.56-66

La etapa donde estas ideas dispersas, que aunaban nacionalismo, antisemitismo e intuicionismo, producen la disciplina pseudocientifica que ocupa nuestro trabajo será la de los años 1933 y 1934[3] a través de una serie de conferencias y artículos publicados en ese periodo de tiempo. El primer artículo al respecto será publicado en abril de 1934 con el título de *Persönlichkeitsstruktur und mathematisches Schaffen* (*La estructura de la personalidad y la creatividad matemática),* aunque a este le habría precedido una charla realizada en la universidad de Berlín en año pasado donde se anticipaban gran parte de sus contenidos pero que no habría llegado a transcribirse (Segal, 2003 p.361). Posteriormente publicara ese mismo año otro artículo, *Stilarten mathematischen schaffens* (*Estilos de creatividad matemática*); estas constituirían las principales obras de la *Deutsche mathematik,* más allá de diferentes artículos de otros autores que se fueron publicando en la revista homónima al movimiento.

En estas obras Bieberbach establecía una clasificación entre los distintos tipos de matemáticos según la forma en que realizaban la actividad científica; lo que él llamaba el estilo *(Stilarten)*, y trató de poner estas categorías basadas en las diferencias metodológicas de los matemáticos en función de las diferencias raciales y nacionales de sus practicantes. Para ello, se basó en el prejuicio altamente difundido en la época que hemos mencionado anteriormente; el de que las razas germánicas poseerían una afinidad por la intuición espacial, siendo el razonamiento puramente lógico típico de las razas románicas y hebreas. "La imaginación espacial es una característica de las razas germánicas, mientras que el razonamiento lógico puro es ricamente desarrollado por las razas románicas y hebreas" (Bieberbach, 1934 p.226). Esto como podrá apreciarse, le aleja de la forma en que Brouwer concebía el intuicionismo, para quien la intuición temporal es la prioritaria y le sitúa en una forma de intuicionismo "desfasado", como veremos más adelante.

Ya hemos indicado como el giro copernicano realizado por Kant, que fundamenta en las estructuras a priori de la mente humana la validez de las disciplinas científicas, implica ciertos riesgos en una época donde la antropología o la psicológica están completamente imbuidas por los prejuicios raciales del omento. Por ello no es de extrañar que para llevar a cabo esta clasificación Bieberbach se sirviese de la teoría de las tipológicas psicológicas que Rudolf Jaensch, psicólogo alemán que había centrado su trabajo en el estudio de la percepción espacial y la memoria, había propuesto en su obra de 1924 *Fundamentos del conocimiento humano* (*Grundlagen der menschlichen Erkenntnis*) (Muñoz, 2012, p.76). En ella, Jaensch establecía una serie de tipos o categorías donde se encuadraban diferentes formas generalizadas de percepción y cognición. Estas formas a priori de la percepción y la cognición vendrían

[3] No es casualidad que esta sistematización se produzca en los primeros años de la llegada al poder del nacionalsocialismo; el amparo institucional jugó un papel clave en la consolidación y difusión de estas ideas, como hemos indicado previamente, hasta el punto de que algunos crean que son producto del mero oportunismo por parte sus principales artifices, que buscaban el ascenso en la institución académica mediante la adopción y legitimación de los ideales nazis.

determinadas por las diferencias fisiológicas presentes en cada raza. Estas teorías se irían completando posteriormente por parte de algunos discípulos de Jaensch, como Fritz Althoff, quienes concretarían las características específicas de cada tipología (Muñoz, 2012, p.76). Aquí podemos apreciar claramente como confluyen las tesis del racismo científico y las teorías del conocimiento basadas en la constitución mental de los sujetos, como ocurre en Kant y sus sucesores. Bieberbach aplicaría estas categorías a los matemáticos, estableciendo dos grupos principales: los tipo S o *Strahltypus* y los tipo I o *Integrationstypus*.

a) Matemáticos tipo S: Este grupo estaría constituido en su mayor parte por matemáticos hebreos y franceses, caracterizados por tener un pensamiento demasiado abstracto, no distinguiendo entre asociaciones reales y formales y "solo valorando aquellas cosas de la realidad que su intelecto infiere sobre el" (Bieberbach citado por Seagal, 2003, p.362). Presentarían a su vez una "tendencia aritmética" de la que hablaremos más adelante.

b) Matemáticos tipo I[4]: Representantes de las razas germánicas, poseerían un carácter más intuitivo y concreto, que les permitiría captar la realidad tal como es en sí misma, sin tener que recurrir a las abstracciones características de los tipo S ya que estarían "abiertos hacia la realidad […] dejando que la influencia de la experiencia influya sobre ellos" (Bieberbach citado por Seagal, 2003, p.363). Además tendrían una fuerte "tendencia geométrica" debida a su facilidad para la intuición espacial. En este tipo incluiría tres subclases, los I1, I2 y I3 para tratar de hacer más coherente la clasificación. Curiosamente, Brouwer parecía tener prejuicios complemente opuesto, asociando la tendencia formalista a los alemanes mientras que el intuicionismo sería más común entre franceses: "podemos distinguir dos puntos de vista: intuicionista (generalmente francés) y formalista (generalmente alemán)". (Brouwer, 1975, p.124)

En la tabla que ofrecemos a continuación vienen indicados los tipos de matemáticos reconocidos por Bieberbach en un periodo en el que aún se encontraba desarrollando en profundidad sus ideas, así como las definiciones de cada uno y algún ejemplo de matemático de cada tipo.

4 En un inicio se les denominó como tipo J, como podemos apreciar en la tabla que ofreceremos a continuación, pero posteriormente cambiarían el nombre una vez se sistematizo y concreto la disciplina.

Types of leading mathematicians (mostly Germany) according to Bieberbach
Partly based on psychological theories of Rudolf Jaensch (1929)

<table>
<tr><th colspan="3">J-Type</th><th rowspan="2">S-Type
(“ostisch – Eastern”)</th></tr>
<tr><th>J_3 (“Nordic”)</th><th>J_2</th><th>J_1</th></tr>
<tr><td>Weierstraß</td><td>Gauß</td><td>Klein</td><td>Landau</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Kepler</td><td>Gordan</td></tr>
<tr><td colspan="2">Hilbert</td><td></td><td>Adolf Hurwitz</td></tr>
<tr><td>Dedekind</td><td>Schwarz</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Brouwer</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Riemann</td><td></td></tr>
<tr><td>Thinker of will, aims at dominance over reality with which he is in a fight.
Traces logical connections</td><td>Type approaching reality with fixed and ideal values and loves truth for its beauty.</td><td>Type of intuitive thinking
Insists on the relation to reality</td><td>“Strahltypus”
beams his autistic thinking into reality,
Wants to find his thoughts in reality only as confirmation.</td></tr>
</table>

c) Un intuicionismo racista y anacrónico

Como se habrá podido observar, hemos profundizado en los contenidos de las tesis de formalistas e intuicionistas más que en la de los logicistas y esto no es casual, ya que consideramos que la polémica que hubo entre estos dos movimientos durante principios del siglo XX fue relevante en el desarrollo de las tesis de la *Deutsche mathematik*. Podemos resumir esta polémica de forma escueta de la siguiente manera: “la pregunta sobre donde reside la exactitud de las matemáticas es respondida de diversas formas: los intuicionistas dicen que en la mente, los formalistas dicen que en el papel” (Brouwer, 1975, p.125). Se establece así una polémica en la determinación de la naturaleza de las matemáticas, entendidas, bien como construcción del entendimiento y por tanto supeditadas a la constitución individual de este, o como juego de lenguajes formales determinados por una serie de axiomas coherentes y completos. Esta polémica entre intuicionistas y formalistas jugara un papel importante en el desarrollo del movimiento pseudocientífico del que se ocupa este trabajo.

Nº 95
Septiembre
noviembre
2020

Tal como hemos indicado, tanto Bieberbach como todos los seguidores de este movimiento mantenían una concepción intuicionista de las matemáticas, y esto no era casual, pues la perspectiva intuicionista, sin que lleve necesariamente a ello, facilita la introducción de ideas racistas en la concepción de las matemáticas, como hemos tratado de demostrar previamente. Si entendemos que las verdades matemáticas se fundamentan en las intuiciones sensibles de los sujetos, “en su mente como” dice Brouwer, y a la vez aceptamos que existen diferencias fisiológicas asociadas a la raza que implican diferencias en el aparato perceptivo y cognoscitivo de los individuos, esto es, que existen diferentes mentes humanas en función de la raza, como hacia Jaensch, entonces parece un paso lógico el admitir que los diferentes sujetos producirán diferentes tipos de matemáticas en función de las particularidades perceptivas y cognitivas asociadas a su raza. El propio Bieberbach trató en diversas ocasiones de insertar sus tesis pseudocientíficas en la polémica entre intuicionistas y formalistas, que tuvo su apogeo durante los años 20 pero que aún se mantenía en la década siguiente y de supeditarla completamente a una cuestión racial.

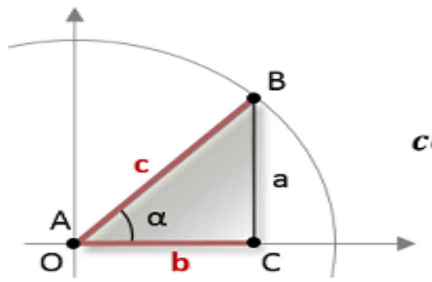
> El formalismo quiere construir un reino de verdades matemáticas que es independiente del hombre, mientras que el intuicionismo se basa en la idea de que el pensamiento matemático es un esfuerzo humano y por ello no puede ser separado del hombre. […] En el ámbito intelectual, la raza se muestra en la forma de crear, en la evaluación de los resultados y considero que también en el punto de vista de la cuestión de los fundamentos matemáticos. (Bieberbach, 1934, p.357)

La exigencia radical de coherencia por encima de la certeza intuitiva que propugnaban los formalistas era considerada como una forma errónea de concebir las matemáticas, "la ansiedad cartesiana de estar libre de error, como Jaensch lo llama, ha influido nuestra actitud científica e institucional durante mucho tiempo y de manera negativa" (Bieberbach, citado por Seagal, 2003, p.363). Este conflicto entre dos concepciones de las matemáticas, que en Bieberbach también iba asociado a la cuestión racial, queda ejemplificado en una polémica que nuestro autor mantuvo con un matemático judío al cual hemos mencionado previamente en este trabajo, Edmund Landau. Como hemos mencionado al inicio de este articulo este matemático sufrió varios sabotajes a una serie de conferencias que pretendía ofrecer durante el año 1934, lo cual acabó obligándole a retirarse del ámbito académico. Las protestas, llevadas a cabo por grupos de estudiantes y abaladas por gran parte del profesorado, entre ellos Bieberbach, acusaban a Landau de enseñar matemáticas de una forma "no alemana", lo cual era equivalente a enseñar matemáticas de forma antinatural y degenerada, corrompiendo de esta manera a los jóvenes estudiantes. A continuación, pasaremos a explicar a que se referían estas acusaciones, para comprender que entendían por un estilo alemán y no-alemán de hacer matemáticas, la relación entre la raza y los estilos matemáticos, así como la relación que guarda con la polémica entre intuicionistas y formalistas.

Bieberbach nos ofrece a lo largo de sus obras varios ejemplos de lo que sería una concepción alemana y no-alemana de las matemáticas. En el caso de Edmund Landau, la diferencia se hacía explicita a la hora de tratar la cuestión de la forma más adecuada de definir las funciones trigonométricas. Una función es una magnitud cuyo valor depende a su vez de otra magnitud; por ejemplo, decimos que el área de una circunferencia está en función de su diámetro. En el caso de las funciones trigonométricas, se refieren a aquellas funciones que operan con ángulos mediante las herramientas del seno, coseno, tangente, etc. F(x)=Cos(α) sería la representación tipográfica de una función trigonométrica de coseno, ahora nos quedaría definir de que se trata.

Generalmente, suele entenderse que el coseno de un ángulo α representa la relación existente, en un triángulo rectángulo con ese mismo ángulo, entre su cateto adyacente y su hipotenusa. Esto, como podemos apreciar, se trata de una definición geométrica, donde se define la función según las propiedades de una figura que contendría en ella la relación espacial expresada por dicha función. Este carácter geométrico de la definición la volvería más intuitiva y permitiría, supuestamente, la captación directa por parte del sujeto de la relación trigonométrica que pretendemos expresar, y por tanto sería el método más adecuado para definir este tipo de funciones. Es por ello que los seguidores de la *Deutsche mathematik* defendían este tipo de definiciones como las únicas validas, poniendo todo esto en relación con la supuesta facilidad para la intuición espacial que caracterizaría a la raza germánica.

De manera que un estilo alemán de hacer matemáticas se caracterizaría por ser intuitivo y directo, apelando a relaciones en el espacio de carácter geométrico, de las cuales se derivan el conjunto de proposiciones y teoremas matemáticos. Este estilo geométrico se fundamentaría, como hemos dicho, en una propiedad de las relaciones espaciales como se observa en la siguiente figura.

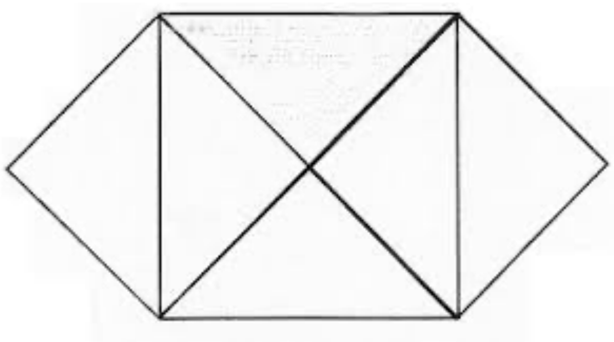


$$\cos \propto = \frac{b}{c} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

En este punto, Bieberbach se aleja completamente de la concepción intuicionista de Brouwer, quien ya en 1912 había afirmado que "el intuicionismo se había recuperado gracias al abandono de la aprioridad del espacio *y adhiriéndose más estrechamente a la aprioridad del tiempo"* (Brouwer, 1975, p.127), mientras que la *Deutsche mathematik* se basaba principalmente en una fundamentación basada en la intuición espacial, algo más propio de autores que procesaban un intuicionismo prebrouweriano. Esta es la razón que le habría llevado a exaltar la figura de Klein, quien era para Bierbebach "el genio intuitivo que tenía una afinidad natural por las bases físico-geométricas de los resultados matemáticos" (Seagal, 2003, p.338).

Esta es la misma línea de pensamiento seguida, tal como hemos indicado, por intuicionistas prebrouwerianos, como es el caso por ejemplo de Schopenhauer, quien en la sección 15 de la primera parte de su *El mundo como voluntad y representación* rechaza la demostración euclidiana del teorema de Pitágoras, tachándola de innecesaria y "zancuda", afirmando que el fundamento de la relación existente entre los catetos y la hipotenusa de un triángulo rectángulo se encuentra en la certeza intuitiva que nos ofrece la percepción espacial de ciertas figuras. En sus propias palabras:

> Asimismo, el teorema de Pitágoras nos hace conocer una *cualitas oculta* del triángulo rectángulo, de cuyo porque nos aleja la zancuda y artera demostración de Euclides, mientras que la sencilla figura adjunta nos brinda con un solo vistazo mucha mayor comprensión que aquella prueba y una firme convicción interna sobre la dependencia de aquella propiedad del ángulo recto. (Schopenhauer, 2010, p.216)



Esta vía ya había sido abandonada por el intuicionismo Brouweriano, motivado entre otras razones por el surgimiento durante el siglo XIX de las geometrías no euclidianas, que no solo habían tenido un origen completamente independiente a la intuición, constituyéndose solo mediante la modificación del postulado de las paralelas y por tanto correspondiéndose en mayor medida con una concepción axiomática de las matemáticas, sino que además estas nuevas geometrías parecían indicar que el espacio de nuestra experiencia, que es euclídeo, no se corresponde con el espacio que estudia la geometría y por tanto este no puede depender de aquel, como pretendían Kant y los intuicionistas. Es por esto que Brouwer entendió que la intuición espacial no podía ser la intuición prioritaria, sino que debía de supeditarse completamente a la intuición temporal para de esta manera permitir que el programa intuicionista pudiese seguir adelante.

> La aprioridad del tiempo no solo califica las propiedades de la aritmética como juicios sintéticos a priori, también hace lo mismo con los juicios de la geometría. […] Desde Descartes hemos aprendido a reducir estas geometrías a aritmética mediante el uso de cálculo de coordenadas (Brouwer, 1975, p.128)

Con esto se aprecia a su vez que Brouwer no mostraba ese desprecio o desconfianza frente a la aritmética que sí mostraban los seguidores de la *Deutsche mathematik*, sino que la consideraba tanto o más fundamental que otras ramas de la matemática.

Frente a esta forma de definir las funciones trigonométricas, basadas en las formas de relaciones espaciales que servirían de base a los juicios geométricos, estaría el método escogido por otros matemáticos, como Landau, quienes empleaban series de potencias para definir estas funciones. Una serie de potencias es un sumatorio, una suma sistemática de potencias que sirve para aproximar el valor de una función. Concretamente Landau se valía de las conocidas como series de Taylor para ofrecer su caracterización de estas funciones. La definición de la función trigonométrica del seno y del coseno mediante series de potencias se expresa de la siguiente manera:

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} \quad , \forall x$$
$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n} \quad , \forall x$$

Podemos apreciar como esta caracterización de las funciones trigonométricas resulta mucho más abstracta y anti-intuitiva que ponerla en función de las relaciones existentes entre los lados de un triángulo rectángulo. Este simbolismo excesivo, caracterizado por una tendencia aritmética, esto es, a definir las operaciones y objetos matemáticos en función de símbolos aritméticos, como potencias o raíces numéricas, y no en función de relaciones geométricas, seria típico de las razas hebreas y latinas y, según los seguidores de la *Deutsche mathematik*, se trataría de una forma degenerada de entender las matemáticas, demasiado abstracta y poco clara y por tanto, una forma no-alemana de practicar las matemáticas.

> Nuestra propia naturaleza se convierte en una malicia alienada. Encontramos ejemplo de esto en el rechazo viril por parte de los estudiantes de Gotinga al matemático Edmund Landau. El estilo antigermano de este hombre a la hora de enseñar e investigar en el campo de las matemáticas se ha demostrado intolerable para la sensibilidad alemana. (Hardy, 1934)

De manera que, por un lado, tendríamos los estilos de los matemáticos de tipo I, intuitivo y geométrico, mientras que por otro lado estarían los estilos de los tipo S, abstracta y aritmética. Estas diferencias a la hora de caracterizar las operaciones de las matemáticas vendrían determinadas por las diferencias raciales y nacionales de los matemáticos, que les predispondrían a decantarse por un estilo determinado.

El privilegio que tendrían las definiciones del tipo I frente al S sería la claridad y la capacidad de hacer que los sujetos realmente comprendiesen los contenidos de las relaciones que están estudiando; la aprensión de la imagen del triángulo rectángulo y la relación entre sus lados ofrecería, supuestamente, una certeza intuitiva de las relaciones trigonométricas, mientras que las series de potencias de Landau no harían más que oscurecer y complicar el asunto, no ofreciendo una verdadera definición de lo que es una función coseno o seno, solo dando un puñado de símbolos cuyo significado no nos queda para nada claro.

Esta crítica de indefinición o falta de claridad también la realizará a la hora de tratar la definición del número irracional π. Como es bien sabido, la definición tradicional de π es una definición geométrica, donde se entiende que esta constante es el resultado del producto entre la longitud de una circunferencia partida por su diámetro. En este punto, algunos matemáticos, entre los que se incluía Landau, preferían definirlo recurriendo a aproximaciones mediante series de potencias, indicando que π era el doble de la raíz mínima positiva de la función coseno. (Seagal, 2003, p.362). Ante esta definición, tenida por los seguidores de la *Deutsche mathematik* por inorgánica y ajena a la realidad, Bieberbach declara: “el valor de π y lo que π tiene que ver con el valor enseñado desde la escuela, así como lo que los senos y cosenos de Landau tienen que ver con las conocidas funciones con el mismo nombre, todo esto no queda explicado por Landau” (Bieberbach, 1934 p.265).

Otro ejemplo de la diferencia entre estilos matemáticos alemanes y no-alemanes podemos encontrarlo en la crítica que realiza a la forma en que los matemáticos franceses Frenchmen Augustin Cauchy y Edouard Goursat definen los números complejos, en contraposición a como Carl Gauss, matemático alemán y uno de los principales desarrolladores de esta área de las matemáticas la realiza.

Según Bieberbach, la definición dada por los primeros sería demasiado abstaracta y formal en contraposición al carácter orgánico y concreto de la definición ofrecida por Gauss (Segal, 2003, p.363).

4. Conclusiones

Los desarrollos psudocientificos de la *Deutsche mathematik* fueron unos desarrollos producto de la confluencia de algunas de las tesis defendidas por la corriente intuicionista de la filosofía de las matemáticas, concretamente las que afirman que las entidades matemáticas son un constructo de la mente humana determinadas por las capacidades intuitivas a priori de esta, y de los prejuicios xenófobos y antisemitas de muchos matemáticos y pensadores de la época, derivados de las tesis del racismo científico ampliamente aceptadas por aquel entonces.

Se caracterizaron por establecer categorías de estilos matemáticos que iban determinados en función de la raza y la nacionalidad de sus practicantes, distinguiendo dos clases principales: los matemáticos tipo I (germanos) y los tipo S (Hebreos o franceses). Basándose en el prejuicio extendido por aquella época de que las razas nórdicas tenían una mayor facilidad para la intuición espacial, fundamentó la verdad de las matemáticas en esta intuición primaria (la espacial), alejándose así de los desarrollos intuicionistas llevados a cabo por Brouwer y sus seguidores, que la habían fundamentado en la intuición espacial y decantándose por formas de intuicionismo más antiguas, como las practicadas por Kant o Schopenhauer, pudiendo ver esto como un simple intento de racionalizar el prejuicio tan extendido en la época de la supuesta facilidad de las razas germánicas para la intuición espacial, legitimando así la superioridad intelectual de la raza germánica.

Se opuso fuertemente al formalismo hilbertiano e intentó reducir la polémica entre estas dos corrientes de la filosofía de las matemáticas a una cuestión racial y nacional, pese a que se vio obligado a reconocer a algunos de los principales exponentes de esta corriente, como Hilbert, dentro de los matemáticos de tipo I, siendo esta una tentativa desde un inicio abocada al fracaso.

Bibliografía

Artzy. R. (1994). *Reminiscences of an Albertina Mathematics Student*. Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Volume 3, Issue 2, Pages 26–27

Bieberbach L. (1934). *Persönlichkeitsstruktur und mathematisches Schaffen* Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften 40

Brouwer L.E.J. (1975). *Collected Works I: Philosophy and fundations of mathematics.* North-Holland publishing company

Dou A. (1970). *Fundamentos de la matemática.* Editorial labor

Duhem P.M.M. (1915). *Quelques Reflexions sur la Science allemande*

Segal S.L. (2003). *Matematicians under the nazis.* Princeton university press

Hardy G.H. (1934) *The J-type and the S-type among Mathematicians*. Publicado en la revista Nature

Hilbert D. (1993). *Fundamentos de las matemáticas.* Mathema

Kant. I. (2013). *Critica de la razón pura.* Editorial Taurus

Kant I. (1959). *Prolegómenos para toda metafísica futura.* Hunab Ku

Klein. F. (1894). *The Evanston Colloquiuml: Lectures on Mathematics.* American Mathematical Society

Kline. M. (1973). *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días.* Alianza editorial

Kubach F. (1936). *Communication of the DSt's Reichsfachabteilung mathematic*, Vol.1, issue 2, p.122-123

Muñoz J.S.M. 2012 *Nazis y matemáticas: crónicas de una barbarie.* Pensamiento matemático Vol.II numero 2 p.67-104

Rowe D.E (1986) *"Jewish Mathematics" at Gottingen in the Era of Felix Klein.* History of science society, Vol.77 No.3 p.422-499

Schopenhauer A. (2010). *El mundo como voluntad y como representación.* Alianza editorial

Menger K. (1978). *Selected Papers in Logic and Foundations, Didactics, Economics.* Springer

Siegmund-Schutze R. (2009) *Mahtematician fleening from nazi Germany; individual fates and global impact.* Princeton university press

Siegmund-Schultze. (2016). *Mathematics Knows NoRaces": A Political Speech that David Hilbert Planned for the ICM in Bologna in 1928* The mathematical intelligencer. Vol.38, issue 1 p.56-66